

Економски факултет
Септембар 2022.

www.ekof-matematika.rs
IG: ekof_matematika

29. Августа 2022. у Београду

Предговор

У овом документу можете пронаћи решења испита из септембра 2022. године, група 1919. Свако решење задатака је софтверски проверено. Аутори ових решења су сајт www.ekof-matematika.rs и инстаграм [ekof_matematika](https://www.instagram.com/ekof_matematika). Одговоре на теоријска питања можете пронаћи на нашем сајту. У случају било каквих питања или примедби, можете нам се обратити путем инстаграма или на нашем сајту.

Напомена: ово није званични сајт математике на Економском факултету у Београду. Задаци су добијени од стране студената који су изашли на испит.

С поштовањем,
Аутори

Задаци

1. Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 2}$$

решење:

(1) Домен дефинисаности:

$$Df : x \in (-\infty, +\infty)$$

(2) Парност/Непарност:

$$f(-x) \neq -f(x) \neq f(x) \Rightarrow \text{ни парна, ни непарна.}$$

(3) Нуле и знак:

$$f(0) = -\sqrt[3]{2} \rightarrow A(0, -\sqrt[3]{2})$$

$$f(x) = 0 \rightarrow B(\sqrt[3]{2}, 0)$$

$$f(x) < 0 \text{ за } x \in (-\infty, \sqrt[3]{2})$$

$$f(x) > 0 \text{ за } x \in (\sqrt[3]{2}, +\infty)$$

(4) Монотоност и екстремне вредности:

$$f'(x) = \frac{x^2}{\sqrt[3]{(x^3 - 2)^2}}$$

$$f(x) \uparrow \text{ за } x \in (-\infty, +\infty)$$

$$f(x) \downarrow \text{ за } x \in \emptyset$$

(5) Конвексност, конкавност и превојне тачке:

$$f''(x) = \frac{-4x}{(x^3 - 2)^{\frac{5}{3}}}$$

$$f(x) \text{ је } \cap \text{ за } x \in (-\infty, 0) \cup (\sqrt[3]{2}, +\infty)$$

$$f(x) \text{ је } \cup \text{ за } x \in (0, \sqrt[3]{2})$$

$$p.t. P_1(0, -\sqrt[3]{2}), P_2(\sqrt[3]{2}, 0)$$

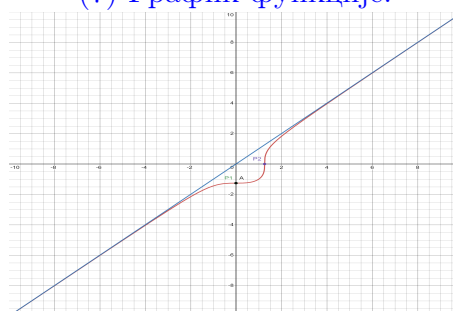
(6) Асимптоте:

Нема вертикалних асимптота.

Нема хоризонталних асимптота.

$y = x$ је коса асимптота.

(7) График функције:



2. Које алгебарске трансформације користимо приликом решавања система применом Гаусовог алгоритма?

решење:

3. Инверзна функција?

решење:

4. Конвергенција редова?

решење:

5. Израчунати интеграл

$$I = \int (5x^5 + x^2)e^{x^3} dx$$

решење:

$$I = \frac{1}{3}(5x^3 - 4)e^{x^3} + C$$

6. Израчунати интеграл

$$I = \iint_D xy dx dy$$

где је област D унутрашњост ограничена кривом $x^2 + y^2 + 5 = 6x$ у IV квадранту .

решење:

$$I = -16$$

7. Одредити локалне екстремне вредности функције

$$z(x, y) = \frac{x^2}{144} + \frac{y^3}{216} - \frac{xy}{72} - \frac{x}{12}$$

решење:

Тачка $M(9, 3)$ је локални минимум, где је $z_{min} = -\frac{7}{16}$.

Тачка $N(4, -2)$ је седласта тачка, није екстрем.

8. Одредити локалне екстремне вредности функције

$$z(x, y) = x + 3y, \quad uslov : x^2 + 9y^2 = 18$$

решење:

Тачка $M(3, 1)$, $\lambda = -\frac{1}{6}$, је локални максимум, где је $z_{max} = 6$.

Тачка $N(-3, -1)$, $\lambda = \frac{1}{6}$, је локални минимум, где је $z_{min} = -6$.

9. Наћи опште решење диференцне једначине $6y_{t+2} - y_{t+1} - y_t = 8$. Одредити партикуларно решење уз услове $y_0 = 1$ и $2y_1 = -1$ и кометарисати његово понашање када се параметар t неограничено увећава.

решење:

$$y = C_1 \left(-\frac{1}{3}\right)^t + C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^t + 2$$

$$y_p = \frac{12}{5} \left(-\frac{1}{3}\right)^t - \frac{17}{5} \left(\frac{1}{2}\right)^t + 2$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} y_p = 2$$

10. Решити диференцијалну једначину

$$xy' + 2y = \sqrt{y}$$

решење:

$$y = \frac{1}{x^2} \left(C + \frac{1}{2}x\right)^2$$

11. Дискутовати решење система једначина

$$\begin{aligned}x + y + z &= 1 \\6x + 3y + 2z &= 3 \\6x - 3y + 2z &= 1\end{aligned}$$

решење:

$$\text{Систем има јединствено решење : } (x, y, z) = \left(\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right)$$

12. Решити систем једначина

$$\begin{aligned}2x + y &= 0 \\-x + y + 2z &= 1 \\ax + 2ay + 2z &= 1\end{aligned}$$

решење:

1. За $a \neq 1$ систем има јединствено решење: $(x, y, z) = \left\{\left(0, 0, \frac{1}{2}\right)\right\}$.

2. За $a = 1$ систем има бесконачно много решења: $(x, y, z) = \left\{\left(\frac{-1+2\alpha}{3}, \frac{2-4\alpha}{3}, \alpha\right) \mid \alpha \in R\right\}$.

13. Израчунати интеграл

$$I = \int \sin(2x + 1) dx$$

решење:

$$I = -\frac{1}{2} \cos(2x + 1) + C$$