

# Економски факултет

## Септембар 2021

[www.ekof-matematika.rs](http://www.ekof-matematika.rs)

IG: ekof\_matematika

27. Августа 2021. у Београду

## Предговор

У овом документу можете пронаћи решења испита из септембра 2021. године . Свако решење задатака је софтверски проверено. Аутори ових решења су сајт [www.ekof-matematika.rs](http://www.ekof-matematika.rs) и инстаграм [ekof\\_matematika](https://www.instagram.com/ekof_matematika). Одговоре на теоријска питања можете пронаћи на нашем сајту. У случају било каквих питања или примедби, можете нам се обратити путем инстаграма или на нашем сајту.

**Напомена:** ово није званични сајт математике на Економском факултету у Београду. Задаци су добијени од стране студената који су изашли на испит.

С поштовањем,  
Аутори

# Задаци

1. Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = \frac{4x^2 + 13x + 10}{x + 1}$$

решење:

(1) Домен дефинисаности:

$$Df : x \in (-\infty, -1) \cup (-1, +\infty)$$

(2) Парност/Непарност:

$$f(-x) \neq f(x) \neq -f(x)$$

ни парна, ни непарна.

(3) Нуле и знак:

$$f(0) = 10 \rightarrow A(0, 10)$$

$$f(x) = 0 \rightarrow B(-2, 0), C\left(-\frac{5}{4}, 0\right)$$

$$f(x) < 0 \text{ за } x \in (-\infty, -2) \cup \left(-\frac{5}{4}, -1\right)$$

$$f(x) > 0 \text{ за } x \in \left(-2, -\frac{5}{4}\right) \cup (-1, +\infty)$$

(4) Монотоност и екстремне вредности:

$$f'(x) = \frac{4x^2 + 8x + 3}{(x + 1)^2}$$

$$f(x) \downarrow \text{ за } x \in \left(-\frac{3}{2}, -1\right) \cup \left(-1, -\frac{1}{2}\right)$$

$$f(x) \uparrow \text{ за } x \in \left(-\infty, -\frac{3}{2}\right) \cup \left(-\frac{1}{2}, +\infty\right)$$

$$\max : M_1\left(-\frac{3}{2}, 1\right), \min : M_2\left(-\frac{1}{2}, 9\right)$$

(5) Конвексност, конкавност и превојне тачке:

$$f''(x) = \frac{2}{(x + 1)^3}$$

$$f(x) \text{ је } \cap \text{ за } x \in (-\infty, -1)$$

$$f(x) \text{ је } \cup \text{ за } x \in (-1, +\infty)$$

p.t. нема

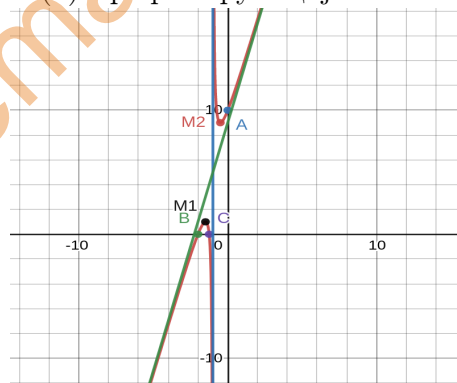
(6) Асимптоте:

$x = -1$  је вертикална асимптота.

Нема хоризонталних асимптота.

$y = 4x + 9$  је коса асимптота.

(7) График функције:



2. Израчунати интеграл

$$I = \int \frac{x + \sqrt{x} + \sqrt[3]{x^2}}{x(1 + \sqrt[3]{x})} dx$$

решење:

$$I = \frac{3}{2} \sqrt[3]{x^2} + 6 \sqrt[6]{x} - 6 \operatorname{arctg} \sqrt[6]{x} + C$$

3. Наћи опште решење диференцијалне једначине  $6y_{t+2} + 5y_{t+1} + y_t = 12$ . Одредити партикуларно решење уз услове  $y_0 = 2$  и  $y_1 = -\frac{1}{2}$  и кометарисати његово понашање када се параметар  $t$  неограничено увећава.

решење:

$$y = C_1 \left(-\frac{1}{2}\right)^t + C_2 \left(-\frac{1}{3}\right)^t + 1$$

$$y_p = 7 \left(-\frac{1}{2}\right)^t - 6 \left(-\frac{1}{3}\right)^t + 1$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} y_p = \lim_{t \rightarrow +\infty} \left(7 \left(-\frac{1}{2}\right)^t - 6 \left(-\frac{1}{3}\right)^t + 1\right) = 1$$

4. Одредити локалне екстремне вредности функције

$$z(x, y) = 4x^2 + 2y^2 + 10, \quad \text{uslov} : 4x^2 + y^2 = 4$$

решење:

Тачке  $M(0, 2)$  и  $N(0, -2)$ ,  $\lambda = -2$  су локални максимуми, где је  $z_{max} = 18$ .

Тачке  $P(1, 0)$  и  $Q(-1, 0)$ ,  $\lambda = -1$  су локални минимуми, где је  $z_{min} = 14$

5. Решити систем једначина

$$7x + 2y + z = 4$$

$$7x + 4y + 2z = 6$$

$$14x + 4y + 4z = 9$$

решење:

Систем има јединствено решење :  $(x, y, z) = \left(\frac{2}{7}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}\right)$

## Теоријска питања:

1. Теорема о базисном минору,
2. Бернулијева диференцијална једначина,
3. Лагранжова теорема.