

Економски факултет  
Октобар 2022.

[www.ekof-matematika.rs](http://www.ekof-matematika.rs)  
IG: ekof\_matematika

14. Септембра, 2022. у Београду

## Предговор

У овом документу можете пронаћи решења испита из октобра 2022. године. Свако решење задатака је софтверски проверено. Аутори ових решења су сајт [www.ekof-matematika.rs](http://www.ekof-matematika.rs) и инстаграм [ekof\\_matematika](https://www.instagram.com/ekof_matematika). Одговоре на теоријска питања можете пронаћи на нашем сајту. У случају било каквих питања или примедби, можете нам се обратити путем инстаграма или на нашем сајту.

**Напомена:** ово није званични сајт математике на Економском факултету у Београду. Задаци су добијени од стране студената који су изашли на испит.

С поштовањем,  
Аутори

# Задаци

1. Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = \frac{1 + \ln x}{1 - \ln x}$$

решење:

(1) Домен дефинисаности:

$$Df : x \in (0, e) \cup (e, +\infty)$$

(2) Парност/Непарност:

$$f(-x) \neq -f(x) \neq f(x) \Rightarrow \text{ни парна, ни непарна.}$$

(3) Нуле и знак:

$$f(x) = 0 \rightarrow A \left( \frac{1}{e}, 0 \right)$$

$$f(x) < 0 \text{ за } x \in \left( 0, \frac{1}{e} \right) \cup (e, +\infty)$$

$$f(x) > 0 \text{ за } x \in \left( \frac{1}{e}, e \right)$$

(4) Монотоност и екстремне вредности:

$$f'(x) = \frac{2}{x(1 - \ln x)^2}$$

$$f(x) \uparrow \text{ за } x \in (0, e) \cup (e, +\infty)$$

(5) Конвексност, конкавност и превојне тачке:

$$f''(x) = \frac{2(1 + \ln x)}{x^2(1 - \ln x)^3}$$

$$f(x) \text{ је } \cap \text{ за } x \in \left( 0, \frac{1}{e} \right) \cup (e, +\infty)$$

$$f(x) \text{ је } \cup \text{ за } x \in \left( \frac{1}{e}, e \right)$$

$$\text{p.t. } P \left( \frac{1}{e}, 0 \right)$$

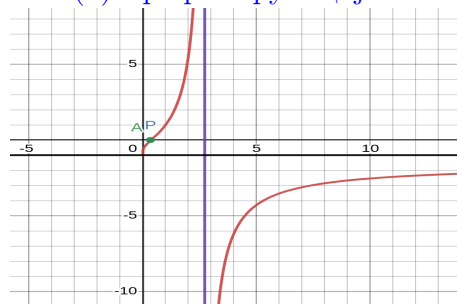
(6) Асимптоте:

$x = e$  је вертикална асимптота.

$y = -1$  је хоризонтална асимптота.

Нема косих асимптота.

(7) График функције:



2. У каквој су каузалној вези линеарна независност врста квадратне матрице и вредност њене детерминанте?

**решење:**

3. Навести дефиницију монотоне функције и доказати основне теореме које се на њу односе.

**решење:**

4. Шта значи да ред конвергира? Навести и доказати две Кошијеве теореме које се односе на конвергенцију редова.

**решење:**

5. Израчунати интеграл

$$I = \int x^2 \cos x \, dx$$

**решење:**

$$I = (x^2 - 2) \cdot \sin(x) + 2x \cdot \cos(x) + C$$

6. Израчунати интеграл

$$I = \iint_D xy \, dx \, dy$$

где је област  $D$  унутрашњост ограничена кривом  $x^2 + y^2 + 45 = 14x$  у  $IV$  квадранту .

**решење:**

$$I = -\frac{112}{3}$$

7. Одредити локалне екстремне вредности функције

$$z(x, y) = 3x^2 - 2x\sqrt{y} + y - 8x$$

**решење:**

Тачка  $M(2, 4)$  је локални минимум, где је  $z_{min} = -8$ .

8. Одредити локалне екстремне вредности функције

$$z(x, y) = 2x + 3y, \quad uslov : 4x^2 + 9y^2 = 72$$

**решење:**

Тачка  $N(3, 2)$ ,  $\lambda = -\frac{1}{12}$ , је локални максимум, где је  $z_{max} = 12$ .

Тачка  $M(-3, -2)$ ,  $\lambda = \frac{1}{12}$ , је локални минимум, где је  $z_{min} = -12$ .

9. Наћи опште решење диференцијалне једначине  $9y_{t+2} - 9y_{t+1} + 2y_t = 2$ . Одредити партикуларно решење уз услове  $y_0 = 1$  и  $2y_1 = -1$  и коментарисати његово понашање када се параметар  $t$  неограничено увећава.

решење:

$$y = C_1 \left(\frac{2}{3}\right)^t + C_2 \left(\frac{1}{3}\right)^t + 1$$

$$y_p = \frac{9}{2} \left(\frac{2}{3}\right)^t - \frac{9}{2} \left(\frac{1}{3}\right)^t + 1$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} y_p = 1$$

10. Решити диференцијалну једначину

$$y'' + 17y' + 72y = e^{-8x} - 9x$$

решење:

$$y = C_1 e^{-8x} + C_2 e^{-9x} + x e^{-8x} - \frac{1}{8}x + \frac{17}{576}$$

11. Дискутовати решење система једначина

$$\begin{aligned} ax &+ ay &+ (a+1)z &= a \\ ax &+ ay &+ (a-1)z &= a \\ (2a+1)x &+ 2ay &+ (3a+2)z &= a+1 \end{aligned}$$

решење:

1. За  $a \neq 0$  систем има јединствено решење:  $(x, y, z) = \{(1-a, a, 0)\}$ .

2. За  $a = 0$  систем има бесконачно много решења:  $(x, y, z) = \{(1, \alpha, 0) \mid \alpha \in R\}$ .

12. Решити систем једначина

$$\begin{aligned} 7x &+ 2y &+ z &= 4 \\ 7x &+ 4y &+ 2z &= 6 \\ 14x &+ 4y &+ 4z &= 9 \end{aligned}$$

решење:

Систем има јединствено решење:  $(x, y, z) = \left(\frac{2}{7}, \frac{3}{4}, \frac{1}{2}\right)$

13. Наћи први извод функције

$$f(x) = \ln(\operatorname{tg} x)$$

решење:

$$f'(x) = \frac{1}{\sin x \cos x}$$