

Економски факултет  
Јун 2022.  
група НОВИ НАЧИН

www.ekof-matematika.rs  
IG: ekof\_matematika

20. Јуна, 2022. у Београду

## Предговор

У овом документу можете пронаћи решења испита из јуна 2022. године, група НОВИ НАЧИН полагања испита. Свако решење задатака је софтверски проверено. Аутори ових решења су сајт [www.ekof-matematika.rs](http://www.ekof-matematika.rs) и инстаграм [ekof\\_matematika](https://www.instagram.com/ekof_matematika). Одговоре на теоријска питања можете пронаћи на нашем сајту. У случају било каквих питања или примедби, можете нам се обратити путем инстаграма или на нашем сајту.

**Напомена:** ово није званични сајт математике на Економском факултету у Београду. Задаци су добијени од стране студената који су изашли на испит.

С поштовањем,  
Аутори

# Задаци

1. Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = \frac{x^2 - 7x + 10}{x - 6}$$

решење:

(1) Домен дефинисаности:

$$Df : x \in (-\infty, 6) \cup (6, +\infty)$$

(2) Парност/Непарност:

$$f(-x) \neq -f(x) \neq f(x) \Rightarrow \text{ни парна, ни непарна.}$$

(3) Нуле и знак:

$$f(0) = -\frac{5}{3} \rightarrow A\left(0, -\frac{5}{3}\right)$$

$$f(x) = 0 \rightarrow B(5, 0), C(2, 0)$$

$$f(x) < 0 \text{ за } x \in (-\infty, 2) \cup (5, 6)$$

$$f(x) > 0 \text{ за } x \in (2, 5) \cup (6, +\infty)$$

(4) Монотоност и екстремне вредности:

$$f'(x) = \frac{x^2 - 12x + 32}{(x - 6)^2}$$

$$f(x) \uparrow \text{ за } x \in (-\infty, 4) \cup (8, +\infty)$$

$$f(x) \downarrow \text{ за } x \in (4, 6) \cup (6, 8)$$

$$\min : M_1(8, 9), \max : M_2(4, 1)$$

(5) Конвексност, конкавност и превојне тачке:

$$f''(x) = \frac{8}{(x - 6)^3}$$

$$f(x) \text{ је } \cap \text{ за } x \in (-\infty, 6)$$

$$f(x) \text{ је } \cup \text{ за } x \in (6, +\infty)$$

p.t. нета

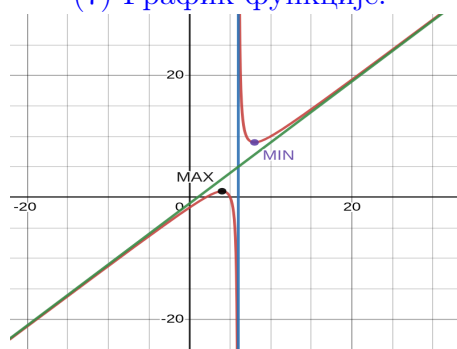
(6) Асимптоте:

$x = 6$  је вертикална асимптота.

Нема хоризонталних асимптота.

$y = x - 1$  је коса асимптота.

(7) График функције:



2. Кронекер-Капелијева теорема?

**решење:**

3. Теорема о изводу сложених функција?

**решење:**

4. Описати основне поступке о интеграцији рационалних функција?

**решење:**

5. Израчунати интеграл

$$I = \int \sqrt{6x - x^2} dx$$

**решење:**

$$I = \frac{x-3}{2} \sqrt{6x-x^2} + \frac{9}{2} \arcsin \frac{x-3}{3} + C$$

6. Израчунати интеграл

$$I = \iint_D (x+2y) dx dy$$

где је област  $D$  унутрашњост ограничена кривама  $y = x^2$  и  $x = y^2$ .

**решење:**

$$I = \int_0^1 \int_{x^2}^{\sqrt{x}} (x+2y) dx dy = \frac{9}{20}.$$

7. Одредити локалне екстремне вредности функције

$$z(x, y) = \frac{x^2y + y - xy^2 - 4x}{xy}$$

**решење:**

Тачка  $M(1, 2)$  је седласта тачка, није екстрем.

Тачка  $N(1, -2)$  је локални минимум, где је  $z_{min} = 6$ .

Тачка  $P(-1, 2)$  је локални максимум, где је  $z_{max} = -6$ .

Тачка  $Q(-1, -2)$  је седласта тачка, није екстрем.

8. Одредити локалне екстремне вредности функције

$$z(x, y) = x + 2y, \quad uslov : x^2 + 4y^2 = 18$$

**решење:**

Тачка  $M(2, 1)$ ,  $\lambda = -\frac{1}{4}$ , је локални максимум, где је  $z_{max} = 4$ .

Тачка  $N(-2, -1)$ ,  $\lambda = \frac{1}{4}$ , је локални минимум, где је  $z_{min} = -4$ .

9. Наћи опште решење диференцијалне једначине  $9y_{t+2} - 3y_{t+1} - 2y_t = 2$ . Одредити партикуларно решење уз услове  $y_0 = 1$  и  $2y_1 = -1$  и кометарисати његово понашање када се параметар  $t$  неограничено увећава.

решење:

$$y = C_1 \left(\frac{2}{3}\right)^t + C_2 \left(-\frac{1}{3}\right)^t + \frac{1}{2}$$

$$y_p = -\frac{5}{6} \left(\frac{2}{3}\right)^t + \frac{4}{3} \left(-\frac{1}{3}\right)^t + \frac{1}{2}$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} y_p = \frac{1}{2}$$

10. Решити диференцијалну једначину

$$xy' + 2y = \sqrt{y}$$

решење:

$$y = \frac{1}{x^2} \left(C + \frac{1}{2}x\right)^2$$

11. Дискутовати решење система једначина

$$\begin{aligned} ax + y + z &= 1 \\ x + ay + z &= a \\ x + y + az &= a^2 \end{aligned}$$

решење:

1. За  $a \neq 1 \wedge a \neq -2$  систем има јединствено решење:  $(x, y, z) = \left\{ \left(-\frac{a+1}{a+2}, \frac{1}{a+2}, \frac{(a+1)^2}{a+2}\right) \right\}$ .

2. За  $a = -2$  систем нема решења:  $(x, y, z) = \emptyset$ .

3. За  $a = 1$  систем има бесконачно много решења:  $(x, y, z) = \{(1 - \alpha - \beta, \alpha, \beta) \mid \alpha, \beta \in R\}$ .

12. Решити систем једначина

$$\begin{aligned} x + y + z &= 1 \\ 2x + 3y + 6z &= 3 \\ 2x - 3y + 6z &= 1 \end{aligned}$$

решење:

Систем има јединствено решење :  $(x, y, z) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6}\right)$

13. Израчунати интеграл

$$I = \int \ln(2x + 3) dx$$

решење:

$$I = x \cdot \ln|2x + 3| - x + \frac{3}{2} \ln|2x + 3| + C$$