Економски факултет
Јун 2020.

www.ekof-matematika.rs
IG: ekof_matematika

19. Јуна 2020. у Београду

Предговор

У овом документу можете пронаћи решења испита из Јуна 2020. године. Свако решење задатака је софтверски проверено. Аутори ових решења су сајт www.ekof-matematika.rs и инстаграм ekof_matematika. Одговоре на теоријска питања можете пронаћи на нашем сајту. У случају било каквих питања или примедби, можете нам се обратити путем инстаграма или на нашем сајту.

Напомена: ово није званични сајт математике на Економском факултету у Београду. Задаци су добијени од стране студената који су изашли на испит.

С поштовањем,
Аутори

Задаци

1. Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = 3x + \frac{6}{x} + \frac{1}{x^3}$$

решење:

(1) Домен дефинисаности:

$$Df : x \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$$

(2) Парност/Непарност:

$f(-x) = -f(x) \Rightarrow$ непарна функција.

(3) Нуле и знак:

$$f(x) < 0 \ za \ x \in (-\infty, 0)$$

$$f(x) > 0 \ za \ x \in (0, +\infty)$$

(4) Монотоност и екстремне вредности:

$$f'(x) = \frac{3x^4 - 6x^2 - 3}{x^4}$$

$$f(x) \uparrow \ za \ x \in \left(-\infty, -\sqrt{1+\sqrt{2}}\right) \cup \left(\sqrt{1+\sqrt{2}}, +\infty\right)$$

$$f(x) \downarrow \ za \ x \in \left(-\sqrt{1+\sqrt{2}}, 0\right) \cup \left(0, \sqrt{1+\sqrt{2}}\right)$$

$$min : M_1\left(\sqrt{1+\sqrt{2}}, f\left(\sqrt{1+\sqrt{2}}\right)\right) \ max : M_2\left(-\sqrt{1+\sqrt{2}}, f\left(-\sqrt{1+\sqrt{2}}\right)\right)$$

(5) Конвексност, конкавност и превојне тачке:

$$f''(x) = \frac{12x^2 + 12}{x^5}$$

$$f(x) \, je \cap \ za \ x \in (-\infty, 0)$$

$$f(x) \, je \cup \ za \ x \in (0, +\infty)$$

$p.t. \ nema$

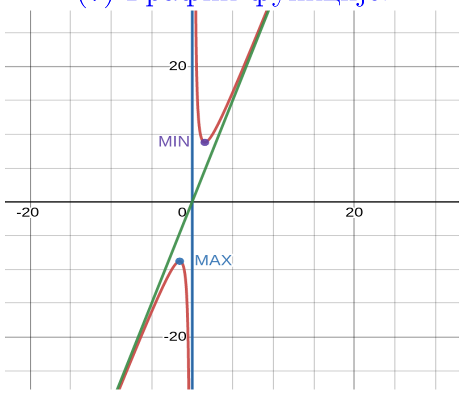
(6) Асимптоте:

$x = 0$ је вертикална асимптота.

Нема хоризонталних асимптота.

$y = 3x$ је коса асимптота.

(7) График функције:



2. Израчунати интеграл

$$I = \int \frac{6x-1}{x^3\,(2x-1)}\,dx$$

решење:

$$I = 8\ln\left|\frac{2x-1}{x}\right| - \frac{8x-1}{2x^2} + C$$

3. Одредити локалне екстремне вредности функције

$$z(x,y) = \frac{49}{x} + \frac{81}{y} + x + y + 1$$

решење:
Тачка $M(7,9)$ је локални минимум, где је $z_{min} = 33$.
Тачка $N(-7,-9)$ је локални максимум, где је $z_{max} = -31$.
Тачка $P(-7,9)$ је седласта тачка, није екстрем.
Тачка $Q(7,-9)$ је седласта тачка, није екстрем.

4. Зависно од вредности реалног параметра a дискутовати и решити систем линеарних алгебарских једначина

$$\begin{array}{rcrcrcr} 3x & - & 2y & + & 2z & = & 4 \\ 2x & - & y & - & z & = & 2 \\ x & + & ay & + & 3z & = & -2a \\ 2x & - & 2y & + & 6z & = & 4 \end{array}$$

решење:

1. За $a \neq -1$ систем има јединствено решење: $(x,y,z) = \{(0,-2,0)\}$.

2. За $a = -1$ систем има бесконачно много решења: $(x,y,z) = \{(4\alpha, 7\alpha-2, \alpha) \,|\, \alpha \in R\}$.

5. Испитита да ли функција

$$z = \frac{1}{x^2+y^2}$$

задовољава услов

$$y\,\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{\partial z}{\partial y} + \frac{y^2}{x}\,\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$$

решење:
Задовољава, $-2 = -2$.