# Економски факултет
# Јануар 2024.
# група 2306

www.ekof-matematika.rs
IG: ekof_matematika

08. Јануара, 2024. у Београду

## Предговор

У овом документу можете пронаћи решења испита из јануара 2024. године, група 2306. Свако решење задатака је софтверски проверено. Аутори ових решења су сајт www.ekof-matematika.rs и инстаграм ekof_matematika. Одговоре на теоријска питања можете пронаћи на нашем сајту. У случају било каквих питања или примедби, можете нам се обратити путем инстаграма или на нашем сајту.

**Напомена:** ово није званични сајт математике на Економском факултету у Београду. Задаци су добијени од стране студената који су изашли на испит.

С поштовањем,
Аутори

## Задаци

**1.** Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = \frac{x^2 - 2x - 15}{x - 6}$$

---

**решење:**

(1) Домен дефинисаности:

$$Df : x \in (-\infty, 6) \cup (6, +\infty)$$

(2) Парност/Непарност:

$f(-x) \neq -f(x) \neq f(x) \Rightarrow$ ни парна, ни непарна.

(3) Нуле и знак:

$$f(0) = \frac{5}{2} \rightarrow A\left(0, \frac{5}{2}\right)$$

$f(x) = 0 \rightarrow B(5, 0),\ C(-3, 0)$

$f(x) < 0\ za\ x \in (-\infty, -3) \cup (5, 6)$

$f(x) > 0\ za\ x \in (-3, 5) \cup (6, +\infty)$

(4) Монотоност и екстремне вредности:

$$f'(x) = \frac{x^2 - 12x + 27}{(x-6)^2}$$

$f(x) \uparrow\ za\ x \in (-\infty, -3) \cup (9, +\infty)$

$f(x) \downarrow\ za\ x \in (3, 6) \cup (6, 9)$

$min : M_1(9, 16),\ \ max : M_2(3, 4)$



(5) Конвексност, конкавност и превојне тачке:

$$f''(x) = \frac{18}{(x-6)^3}$$

$f(x)\ je \cap\ za\ x \in (-\infty, 6)$

$f(x)\ je \cup\ za\ x \in (6, +\infty)$

$p.t.\ \ nema$

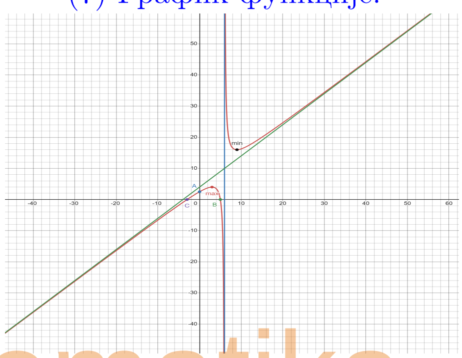
(6) Асимптоте:

$x = 6$ је вертикална асимптота.

Нема хоризонталних асимптота.

$y = x + 4$ је коса асимптота.

(7) График функције:



**2.** Формулисати и доказати Кронекер–Капелијеву теорему на примеру система две једначине са две непознате.

**решење:**

**3.** Навести и доказати теорему о логаритамском диференцирању.

**решење:**

**4.** Дефинисати и навести основне особине функције акумулације и функције стопе раста акумулације.

**решење:**

**5.** Израчунати површину ограничену луком функције и $f(x) = \frac{x^2-2x-15}{x-6}$ и њеном косом асимптотом над $[7, 8]$.

**решење:**

$$P = 8\ln 2$$

**6.** Израчунати интеграл

$$\iint\limits_D dx\,dy$$

где област $D$ представља унутрашњост четвороугла са теменима $A(-2,0)$, $B(1,-2)$, $C(2,0)$ и $D(1,2)$.

**решење:**

$$P = 8$$



**7.** Одредити локалне екстремне вредности функције

$$z(x,y) = e^{y-x}(y^2-2x^2)$$

**решење:**

Тачка $M(-2,-4)$ је локални максимум, где је $z_{max} = \frac{8}{e^2}$.
Тачка $N(0,0)$ је седласта тачка.

**8.** Одредити локалне екстремне вредности функције

$$z(x,y) = 4xy + 3, \quad uslov: x^2+y^2 = 18$$

**решење:**

Тачка $M(3,-3), \lambda = 2$, је локални минимум, где је $z_{min} = -33$.
Тачка $N(-3,3), \lambda = 2$, је локални минимум, где је $z_{min} = -33$.
Тачка $P\,(3,3)\,, \lambda = -2$, је локални максимум, где је $z_{max} = 39$.
Тачка $Q\,(-3,-3)\,, \lambda = -2$, је локални максимум, где је $z_{max} = 39$.

**9.** Наћи опште решење диференцне једначине $12y_{t+2}+25y_{t+1}+12y_t=49$. Одредити партикуларно решење уз услов $y_0 = 0$ и $2y_1 = -3$ и кометарисати његово понашање када се параметар $t$ неограничено увећава.

**решење:**

$$y = C_1\left(-\frac{3}{4}\right)^t + C_2\left(-\frac{4}{3}\right)^t + 1$$

$$y_p^t = -\frac{46}{7}\left(-\frac{3}{4}\right)^t + \frac{39}{7}\left(-\frac{4}{3}\right)^t + 1$$

$$\lim_{t\to+\infty} y_p^t = ne\ postoji$$

**10.** Решити диференцијалну једначину

$$y'' - 9y = e^{3x} + 3x$$

**решење:**

$$y(x) = C_1e^{3x} + C_2e^{-3x} + \frac{1}{6}xe^{3x} - \frac{1}{3}x$$

**11.** Дискутовати решење система једначина

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} 6x & - & 2y & + & pz & - & 2u & = & q+2 \\ x & + & 5y & + & z & - & 2u & = & 3 \\ -2x & + & 22y & + & 3z & - & 6u & = & 6 \end{array}$$

**решење:**

1. За $p \neq 1 \wedge q \neq 4$ систем има бесконачно много решења.

2. За $p = 1 \wedge q = 4$ систем има бесконачно много решења.

3. За $p = 1 \wedge q \neq 4$ систем нема решења.

4. За $p \neq 1 \wedge q = 4$ систем има бесконачно много решења.

**12.** Решити систем једначина

$$\begin{array}{rcrcrcl} x & + & y & + & 2z & = & 6 \\ 2x & + & y & + & 3z & = & 1 \\ 3x & + & 2y & + & 6z & = & 1 \end{array}$$

**решење:**

Систем има јединствено решење: $(x, y, z) = (1, 17, -6)$.

**13.** Наћи први извод функције

$$f(x) = \cos(3x^4 + 1)$$

**решење:**

$$f'(x) = -12x^3\sin(3x^4 + 1)$$