

Економски факултет
Јануар 2022.
група 3333

www.ekof-matematika.rs
IG: ekof_matematika

27. Јануара 2022. у Београду

Предговор

У овом документу можете пронаћи решења испита из јануара 2022. године, група 1717. Свако решење задатака је софтверски проверено. Аутори ових решења су сајт www.ekof-matematika.rs и инстаграм [ekof_matematika](https://www.instagram.com/ekof_matematika). Одговоре на теоријска питања можете пронаћи на нашем сајту. У случају било каквих питања или примедби, можете нам се обратити путем инстаграма или на нашем сајту.

Напомена: ово није званични сајт математике на Економском факултету у Београду. Задаци су добијени од стране студената који су изашли на испит.

С поштовањем,
Аутори

Задаци

1. Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = \frac{x^3}{x-1}$$

решење:

(1) Домен дефинисаности:

$$Df : x \in (-\infty, 1) \cup (1, +\infty)$$

(2) Парност/Непарност:

$$f(-x) \neq -f(x) \neq f(x) \Rightarrow \text{ни парна, ни непарна.}$$

(3) Нуле и знак:

$$f(0) = 0 \rightarrow A(0, 0)$$

$$f(x) = 0 \rightarrow B(0, 0)$$

$$f(x) < 0 \text{ за } x \in (0, 1)$$

$$f(x) > 0 \text{ за } x \in (-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$$

(4) Монотоност и екстремне вредности:

$$f'(x) = \frac{x^2(2x-3)}{(x-1)^2}$$

$$f(x) \uparrow \text{ за } x \in \left(\frac{3}{2}, +\infty\right)$$

$$f(x) \downarrow \text{ за } x \in (-\infty, 1) \cup \left(1, \frac{3}{2}\right)$$

$$\min : M_1 \left(\frac{3}{2}, \frac{27}{4}\right)$$

(5) Конвексност, конкавност и превојне тачке:

$$f''(x) = \frac{2x(x^2-3x+3)}{(x-1)^3}$$

$$f(x) \text{ је } \cap \text{ за } x \in (0, 1)$$

$$f(x) \text{ је } \cup \text{ за } x \in (-\infty, 0) \cup (1, +\infty)$$

$$p.t. P_1(0, 0)$$

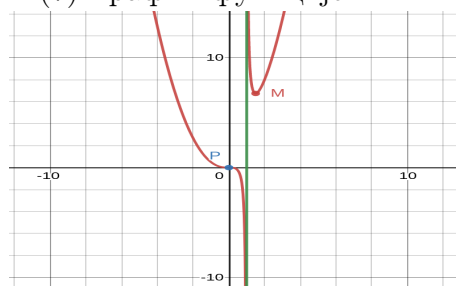
(6) Асимптоте:

$x = 1$ је вертикална асимптота.

Нема хоризонталних асимптота.

Нема косих асимптота.

(7) График функције:



2. Израчунати интеграл

$$I = \int e^x \sin(4x) dx$$

решење:

$$I = -\frac{4 e^x \cos(4x)}{17} + \frac{e^x \sin(4x)}{17} + C$$

3. Решити диференцијалну једначину

$$xy' = y + x(1 + e^{-\frac{y}{x}})$$

решење:

$$e^{\frac{y}{x}} + 1 = x + C$$

4. Одредити локалне екстремне вредности функције

$$z(x, y) = x^2 + 3xy + y^2 - x + 3y, \quad uslov : x + 1 = y$$

решење:

$$M\left(-\frac{7}{10}, \frac{3}{10}\right), \lambda = \frac{3}{2} \text{ је локални минимум, где је } z_{min} = \frac{31}{20}$$

5. Решити систем једначина

$$2x + y + 3z = 13$$

$$x + y + 2z = 3a$$

$$3x + 2y - 6z = 25$$

решење:

$$\text{Систем има јединствено решење : } (x, y, z) = (1, 9a - 25, 12 - 3a)$$

Теоријска питања:

1. Теорема о базисном минору,
2. Асимптоте реалне функције,
3. Линеарна диференцијална једначина првог реда.