Економски факултет
Јануар 2022.
група 2222

www.ekof-matematika.rs
IG: ekof_matematika

27. Јануара 2022. у Београду

Предговор

У овом документу можете пронаћи решења испита из Јануара 2022. године, група 2222. Свако решење задатака је софтверски проверено. Аутори ових решења су сајт www.ekof-matematika.rs и инстаграм ekof_matematika. Одговоре на теоријска питања можете пронаћи на нашем сајту. У случају било каквих питања или примедби, можете нам се обратити путем инстаграма или на нашем сајту.

Напомена: ово није званични сајт математике на Економском факултету у Београду. Задаци су добијени од стране студената који су изашли на испит.

С поштовањем,
Аутори

Задаци

1. Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = \frac{x^4}{x^3+2}$$

решење:

(1) Домен дефинисаности:

$$Df : x \in (-\infty, -\sqrt[3]{2}) \cup (-\sqrt[3]{2}, +\infty)$$

(2) Парност/Непарност:

$f(-x) \neq -f(x) \neq f(x) \Rightarrow$ ни парна, ни непарна.

(3) Нуле и знак:

$$f(0) = 0 \rightarrow A(0,0)$$

$$f(x) = 0 \rightarrow B(0,0)$$
$$f(x) < 0 \ za \ x \in (-\infty, -\sqrt[3]{2})$$
$$f(x) > 0 \ za \ x \in (-\sqrt[3]{2}, +\infty)$$

(4) Монотоност и екстремне вредности:

$$f'(x) = \frac{x^3(x^3+8)}{(x^3+2)^2}$$

$$f(x) \uparrow \ za \ x \in (-\infty, -2) \cup (0, +\infty)$$
$$f(x) \downarrow \ za \ x \in (-2, -\sqrt[3]{2}) \cup (-\sqrt[3]{2}, 0)$$
$$max : M\left(-2, -\frac{8}{3}\right), \ min : M_2(0,0)$$

(5) Конвексност, конкавност и превојне тачке:

$$f''(x) = \frac{12x^2(4-x^3)}{(x^3+2)^3}$$

$$f(x) \ je \cap \ za \ x \in (-\infty, -\sqrt[3]{2}) \cup (\sqrt[3]{4}, +\infty)$$
$$f(x) \ je \cup \ za \ x \in (-\sqrt[3]{2}, \sqrt[3]{4})$$
$$p.t. \ P\left(\sqrt[3]{4}, \frac{2\sqrt[3]{4}}{3}\right)$$

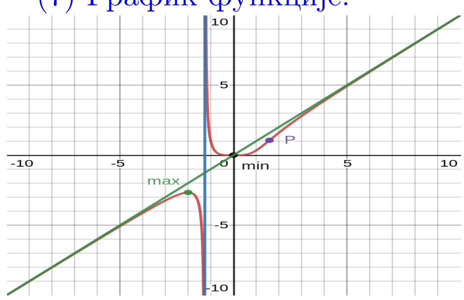
(6) Асимптоте:

$x = -\sqrt[3]{2}$ је вертикална асимптота.

Нема хоризонталних асимптота.

$y = x$ је коса асимптота.

(7) График функције:



2. Израчунати интеграл

$$I=\int\frac{x\sqrt[3]{x+2}}{x+\sqrt[3]{x+2}}\,dx$$

решење:

$$I=3\left(\frac{t^4}{4}-\frac{t^2}{2}-\frac{1}{4}\ln|t-1|+\frac{5}{8}\ln\left(t^2+2t+2\right)-\frac{9}{4\sqrt{7}}\operatorname{arctg}\left(\frac{2t+1}{\sqrt{7}}\right)\right)+C$$

$$t=\sqrt[3]{x+2}$$

3. Одредити локалне екстремне вредности функције

$$z(x,y)=6xy-(4x+3y)\cdot(x+y-47)$$

решење:

Тачка $M(21,20)$ је локални максимум, где је $z_{max}=3384$.

4. Наћи опште решење диференцне једначине $21y_{n+2}+10y_{n+1}+y_n=32$. Одредити партикуларно решење уз услове $y_0=0$ и $y_1=2$ и кометарисати његово понашање када се параметар n неограничено увећава.

решење:

$$y=C_1\left(-\frac{1}{7}\right)^n+C_2\left(-\frac{1}{3}\right)^n+1$$

$$y_p=\frac{7}{2}\left(-\frac{1}{7}\right)^n-\frac{9}{2}\left(-\frac{1}{3}\right)^n+1$$

$$\lim_{n\to+\infty}y_p=\left(\frac{7}{2}\left(-\frac{1}{7}\right)^n-\frac{9}{2}\left(-\frac{1}{3}\right)^n+1\right)=1$$

5. Одредити асимптоте функције $f(x)=x+2\operatorname{arctg}x$

решење:

Нема вертикалних асимптота јер је домен цео скуп R.

Нема хоризонталних асимптота.

$y=x\pm\pi$ је коса асимптота.

Теоријска питања:

1. Ранг матрице,
2. Основне теореме диференцијалног рачуна(Фермат, Рол, Лагранж, Коши),
3. Прираштај функције два аргумента(дефиниција).