Економски факултет
Јануар 2022.
група 1919

www.ekof-matematika.rs
IG: ekof_matematika

27. Januara 2022. у Београду

Предговор

У овом документу можете пронаћи решења испита из јануара 2022. године, група 1717. Свако решење задатака је софтверски проверено. Аутори ових решења су сајт www.ekof-matematika.rs и инстаграм ekof_matematika. Одговоре на теоријска питања можете пронаћи на нашем сајту. У случају било каквих питања или примедби, можете нам се обратити путем инстаграма или на нашем сајту.

Напомена: ово није званични сајт математике на Економском факултету у Београду. Задаци су добијени од стране студената који су изашли на испит.

С поштовањем,
Аутори

Задаци

1. Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 4}{\ln(x-2)}$$

решење:

(1) Домен дефинисаности:

$Df : x \in (2,3) \cup (3,+\infty)$

(2) Парност/Непарност:

$f(-x) \neq -f(x) \neq f(x) \Rightarrow$ ни парна, ни непарна.

(3) Нуле и знак:

$f(x) < 0 \ za \ x \in (2,3)$

$f(x) > 0 \ za \ x \in (3,+\infty)$

(4) Монотоност и екстремне вредности:

$$f'(x) = \frac{(x-2)(2\ln(x-2)-1)}{\ln^2(x-2)}$$

$f(x) \uparrow \ za \ x \in (2+\sqrt{e},+\infty)$

$f(x) \downarrow \ za \ x \in (2,3) \cup (3, 2+\sqrt{e})$

$min : M_1(2+\sqrt{e}, 2e)$

(5) Конвексност, конкавност и превојне тачке:

$$f''(x) = \frac{2\ln^2(x-2) - 3\ln(x-2) + 2}{\ln^3(x-2)}$$

$f(x) \, je \cap \ za \ x \in (2,3)$

$f(x) \, je \cup \ za \ x \in (3,+\infty)$

$p.t. \ nema$

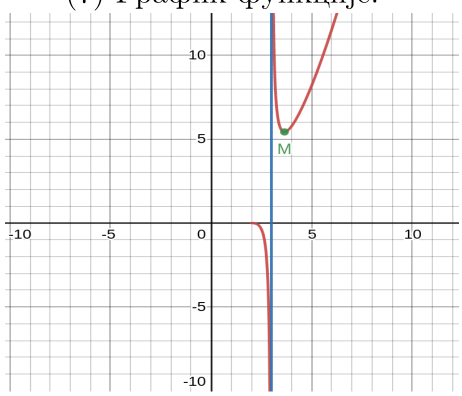
(6) Асимптоте:

$x = 3$ је вертикална асимптота.

Нема хоризонталних асимптота.

Нема косих асимптота.

(7) График функције:



2. Израчунати интеграл

$$I = \int \frac{x^3+1}{x^3-5x^2+6x}\,dx$$

решење:

$$I = \frac{\ln|x| - 27\ln|x-2| + 56\ln|x-3|}{6} + x + C$$

3. Наћи опште решење диференцне једначине $21y_{n+2} + 23y_{n+1} + 6y_n = 100$. Одредити партикуларно решење уз услове $y_0 = 0$ и $y_1 = 2$ и кометарисати његово понашање када се параметар n неограничено увећава.

решење:

$$y = C_1\left(-\frac{3}{7}\right)^n + C_2\left(-\frac{2}{3}\right)^n + 2$$

$$y_p = -\frac{28}{5}\left(-\frac{3}{7}\right)^n + \frac{18}{5}\left(-\frac{2}{3}\right)^n + 2$$

$$\lim_{n\to+\infty} y_p = \left(-\frac{28}{5}\left(-\frac{3}{7}\right)^n + \frac{18}{5}\left(-\frac{2}{3}\right)^n + 2\right) = 2$$

4. Одредити локалне екстремне вредности функције

$$z(x,y) = 6xy + (4x+3y)\cdot(47-x-y)$$

решење:

$M(21,20)$ је локални максимум, где је $z_{max} = 3384$.

5. Решити матричну једначину $XA = B$, где је $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 1 \\ 6 & 3 & 3 \end{bmatrix}$ и $B = \begin{bmatrix} 13 & 9 & 25 \end{bmatrix}$.

решење:

Пошто су друга и трећа колона матрице A симетричне, долазимо до закључка да је $det(A) = 0$. Постављањем одговарајућих једначина показаће се да нема решења.

Теоријска питања:

1. Кронекер-Капелијева теорема,
2. Конвексност реалних функција(дефиниција и основне особине),
3. Нехомогена диференцијална једначина другог реда са константним коефицијентима.