Економски факултет
Јануар 2022.
група 1717

www.ekof-matematika.rs
IG: ekof_matematika

27. Januara 2022. у Београду

Предговор

У овом документу можете пронаћи решења испита из јануара 2022. године, група 1717. Свако решење задатака је софтверски проверено. Аутори ових решења су сајт www.ekof-matematika.rs и инстаграм ekof_matematika. Одговоре на теоријска питања можете пронаћи на нашем сајту. У случају било каквих питања или примедби, можете нам се обратити путем инстаграма или на нашем сајту.

Напомена: ово није званични сајт математике на Економском факултету у Београду. Задаци су добијени од стране студената који су изашли на испит.

С поштовањем,
Аутори

Задаци

1. Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = \frac{x^2+1}{e^x}$$

решење:

(1) Домен дефинисаности:

$Df : x \in (-\infty, +\infty)$

(2) Парност/Непарност:

$f(-x) \neq -f(x) \neq f(x) \Rightarrow$ ни парна, ни непарна.

(3) Нуле и знак:

$f(0) = 1 \rightarrow A(0,1)$

$f(x) < 0 \ za \ x \in \emptyset$

$f(x) > 0 \ za \ x \in (-\infty, +\infty)$

(4) Монотоност и екстремне вредности:

$$f'(x) = \frac{-(x-1)^2}{e^x}$$

$f(x) \uparrow \ za \ x \in \emptyset$

$f(x) \downarrow \ za \ x \in (-\infty, +\infty)$

(5) Конвексност, конкавност и превојне тачке:

$$f''(x) = \frac{(x-1)(x-3)}{e^x}$$

$f(x) \ je \cap \ za \ x \in (1,3)$

$f(x) \ je \cup \ za \ x \in (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$

$p.t. \ P_1(1, \frac{2}{e}), P_2(3, \frac{10}{e})$

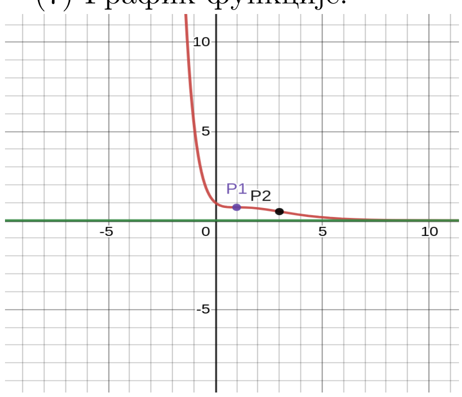
(6) Асимптоте:

Нема вертикалних асимптота.

$y = 0$ је десна хоризонтална асимптота.

Нема косих асимптота асимптота.

(7) График функције:



2. Израчунати интеграл

$$I = \int \ln \frac{x+1}{x-1}\, dx$$

решење:

$$I = x \cdot \ln\left|\frac{x+1}{x-1}\right| + \ln\left|x^2-1\right| + C$$

3. Наћи опште решење диференцне једначине $21y_{n+2} - 10y_{n+1} + y_n = 12$. Одредити партикуларно решење уз услове $y_0 = 0$ и $y_1 = 2$ и кометарисати његово понашање када се параметар n неограничено увећава.

решење:

$$y = C_1\left(\frac{1}{3}\right)^n + C_2\left(\frac{1}{7}\right)^n + 1$$

$$y_p = 6\left(\frac{1}{3}\right)^n - 7\left(\frac{1}{7}\right)^n + 1$$

$$\lim_{n\to+\infty} y_p = \lim_{n\to+\infty}\left(6\left(\frac{1}{3}\right)^n - 7\left(\frac{1}{7}\right)^n + 1\right) = 1$$

4. Одредити локалне екстремне вредности функције

$$z(x,y) = \frac{xy}{4}, \quad uslov : x + 2y = 4$$

решење:

$M(2,1), \lambda = -\frac{1}{4}$ је локални максимум, где је $z_{max} = \frac{1}{2}$.

5. Решити систем једначина

$$\begin{array}{ccccccc} 2x & + & y & + & 3z & = & 13 \\ x & + & y & + & 2z & = & 3a \\ 3x & + & 2y & + & 6z & = & 25 \end{array}$$

решење:

Систем има јединствено решење : $(x,y,z) = (1, 9a-25, 12-3a)$

Теоријска питања:

1. Теорема о базисном минору,
2. Асимптоте реалне функције,
3. Линеарна диференцијална једначина првог реда.