Економски факултет у Београду
Екоф математика

www.ekof-matematika.rs
IG: ekof_matematika

Januar 2021. у Београду

Предговор

У овом документу можете пронаћи решења испита из јануара 2022. године, група 1717. Свако решење задатака је софтверски проверено. Аутори ових решења су сајт www.ekof-matematika.rs и инстаграм ekof_matematika. Одговоре на теоријска питања можете пронаћи на нашем сајту. У случају било каквих питања или примедби, можете нам се обратити путем инстаграма или на нашем сајту.

Напомена: ово није званични сајт математике на Економском факултету у Београду. Задаци су добијени од стране студената који су изашли на испит.

С поштовањем,
Аутори

Задаци

1. Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x - 5}{x - 7}$$

решење:

(1) Домен дефинисаности:

$Df : x \in (-\infty, 7) \cup (7, +\infty)$

(2) Парност/Непарност:

$f(-x) \neq -f(x) \neq f(x) \Rightarrow$ ни парна, ни непарна.

(3) Нуле и знак:

$f(0) = \frac{5}{7} \rightarrow A(0, \frac{5}{7})$

$f(x) = 0 \rightarrow B(-1, 0),\ C(5, 0)$

$f(x) < 0\ za\ x \in (-\infty, -1) \cup (5, 7)$

$f(x) > 0\ za\ x \in (-1, 5) \cup (7, +\infty)$

(4) Монотоност и екстремне вредности:

$$f'(x) = \frac{x^2 - 14x + 33}{(x - 7)^2}$$

$f(x) \uparrow\ za\ x \in (-\infty, 3) \cup (11, +\infty)$

$f(x) \downarrow\ za\ x \in (3, 7) \cup (7, 11)$

$max : M_1(3, 2),\ min : M_2(11, 18)$

(5) Конвексност, конкавност и превојне тачке:

$$f''(x) = \frac{32}{(x - 7)^3}$$

$f(x)\ je \cap\ za\ x \in (-\infty, -7)$

$f(x)\ je \cup\ za\ x \in (7, +\infty)$

$p.t.\ nema$

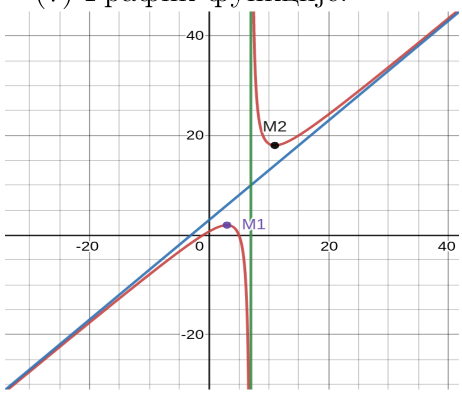
(6) Асимптоте:

$x = 7$ је вертикална асимптота.

Нема хоризонталних асимптота.

$y = x + 3$ је коса асимптота.

(7) График функције:



2. Израчунати површину ограничену луком горње функције и њеном косом асимптотом над $[8,9]$.
решење:

$$P = 16\ln(2)$$

3. Наћи опште решење диференцне једначине $28y_{t+2} + 29y_{t+1} + 6y_t = 2$. Одредити партикуларно решење уз услове $y_0 = 1$ и $2y_1 = -1$ и кометарисати његово понашање када се параметар t неограничено увећава.
решење:

$$y = C_1\left(-\frac{3}{4}\right)^t + C_2\left(-\frac{2}{7}\right)^t + \frac{2}{63}$$

$$y_p = \frac{50}{91}\left(-\frac{3}{4}\right)^t + \frac{49}{117}\left(-\frac{2}{7}\right)^t + \frac{2}{63}$$

$$\lim_{t\to+\infty} y_p = \lim_{t\to+\infty}\left(\frac{50}{91}\left(-\frac{3}{4}\right)^t + \frac{49}{117}\left(-\frac{2}{7}\right)^t + \frac{2}{63}\right) = \frac{2}{63}$$

4. Одредити локалне екстремне вредности функције

$$z(x,y) = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y$$

решење:
Тачке $M(1,2)$ и $P(-1,-2)$ су седласте тачке. Тачка $Q(2,1)$ је минимум, где је $z_{min} = -28$. Тачка $R(-2,-1)$ је максимум, где је $z_{max} = 28$.

5. Решити систем једначина

$$\begin{array}{rcrcrcl} 2x & + & 7y & + & z & = & 4 \\ 4x & + & 7y & + & 2z & = & 6 \\ 4x & + & 14y & + & 4z & = & 9 \end{array}$$

решење:

Систем има јединствено решење : $(x,y,z) = (\frac{3}{4}, \frac{2}{7}, \frac{1}{2})$