

Економски факултет Јануар 2020.

www.ekof-matematika.rs

IG: ekof_matematika

11. Јануара 2020. у Београду

Предговор

У овом документу можете пронаћи решења испита из Јануара 2020. године, група 4141. Свако решење задатака је софтверски проверено. Аутори ових решења су сајт www.ekof-matematika.rs и инстаграм [ekof_matematika](https://www.instagram.com/ekof_matematika). Одговоре на теоријска питања можете пронаћи на нашем сајту. У случају било каквих питања или примедби, можете нам се обратити путем инстаграма или на нашем сајту.

Напомена: ово није званични сајт математике на Економском факултету у Београду. Задаци су добијени од стране студената који су изашли на испит.

С поштовањем,
Аутори

Задаци

1. Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = (3 - x^2) \cdot e^{-x}$$

решење:

(1) Домен дефинисаности:

$$Df : x \in (-\infty, +\infty)$$

(2) Парност/Непарност:

$$f(-x) \neq -f(x) \neq f(x) \Rightarrow \text{ни парна, ни непарна.}$$

(3) Нуле и знак:

$$f(0) = 3 \rightarrow A(0, 3)$$

$$f(x) = 0 \rightarrow B(-\sqrt{3}, 0), C(\sqrt{3}, 0)$$

$$f(x) < 0 \text{ за } x \in (-\infty, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$$

$$f(x) > 0 \text{ за } x \in (-\sqrt{3}, \sqrt{3})$$

(4) Монотоност и екстремне вредности:

$$f'(x) = e^{-x}(x^2 - 2x - 3)$$

$$f(x) \uparrow \text{ за } x \in (-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$$

$$f(x) \downarrow \text{ за } x \in (-1, 3)$$

$$\text{max} : M_1(-1, 2e) \quad \text{min} : M_2(3, -6e^{-3})$$

(5) Конвексност, конкавност и превојне тачке:

$$f''(x) = e^{-x}(-x^2 + 4x + 1)$$

$$f(x) \text{ је } \cap \text{ за } x \in (-\infty, 2 - \sqrt{5}) \cup (2 + \sqrt{5}, +\infty)$$

$$f(x) \text{ је } \cup \text{ за } x \in (2 - \sqrt{5}, 2 + \sqrt{5})$$

$$p.t. P_1(2 - \sqrt{5}, (4\sqrt{5} - 6)e^{\sqrt{5}-2}), P_2(2 + \sqrt{5}, (-4\sqrt{5} - 6)e^{-\sqrt{5}-2})$$

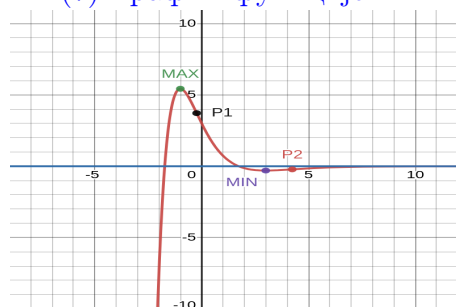
(6) Асимптоте:

Нема вертикалних асимптота.

$y = 0$ је хоризонтална асимптота.

Нема косих асимптота.

(7) График функције:



2. Израчунати несвојствени интеграл

$$I = \int \frac{x^2 + 2x - 3}{x^4} e^{\frac{1}{x}} dx$$

решење:

$$I = \frac{7x^2 - 8x + 3}{x^2} e^{\frac{1}{x}} + C$$

3. Решити диференцијалну једначину

$$y'' - y' = \sin x + e^{-x}$$

решење:

$$y = C_1 + C_2 e^x + \frac{1}{2} \cos x - \frac{1}{2} \sin x + \frac{1}{2} e^{-x}$$

4. Одредити локалне екстремне вредности функције

$$z(x, y) = 2x + 3y, \quad \text{uslov} : 4x^2 + 9y^2 = 72$$

решење:

Тачка $M(-3, -2)$, $\lambda = \frac{1}{12}$, је локални минимум, где је $z_{\min} = -12$.
Тачка $N(3, 2)$, $\lambda = -\frac{1}{12}$, је локални максимум, где је $z_{\max} = 12$.

5. Дискутовати решење система једначина

$$\begin{aligned} 14x + 7y + 7z &= 9 \\ x + y + z &= 1 \\ 14x + 14y + 7z &= 12 \end{aligned}$$

решење:

Систем има јединствено решење : $(x, y, z) = \left(\frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{2}{7}\right)$