# Економски факултет
# Фебруар 2024.
# група 2309

www.ekof-matematika.rs
IG: ekof_matematika

29. Фебруара, 2024. у Београду

## Предговор

У овом документу можете пронаћи решења испита из фебруара 2024. године, група 2309. Свако решење задатака је софтверски проверено. Аутори ових решења су сајт www.ekof-matematika.rs и инстаграм ekof_matematika. Одговоре на теоријска питања можете пронаћи на нашем сајту. У случају било каквих питања или примедби, можете нам се обратити путем инстаграма или на нашем сајту.

**Напомена:** ово није званични сајт математике на Економском факултету у Београду. Задаци су добијени од стране студената који су изашли на испит.

С поштовањем,
Аутори

# Задаци

**1.** Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = \frac{x^2 + 19x + 34}{x + 1}$$

---

**решење:**

(1) Домен дефинисаности:

$$Df : x \in (-\infty, -1) \cup (-1, +\infty)$$

(2) Парност/Непарност:

$f(-x) \neq -f(x) \neq f(x) \Rightarrow$ ни парна, ни непарна.

(3) Нуле и знак:

$$f(0) = 34 \rightarrow A\,(0, 34)$$

$$f(x) = 0 \rightarrow B(-2, 0),\ C(-17, 0)$$

$$f(x) < 0 \ za \ x \in (-\infty, -17) \cup (-2, -1)$$

$$f(x) > 0 \ za \ x \in (-17, -2) \cup (-1, +\infty)$$

(4) Монотоност и екстремне вредности:

$$f'(x) = \frac{x^2 + 2x - 15}{(x+1)^2}$$

$$f(x) \uparrow \ za \ x \in (-\infty, -5) \cup (3, +\infty)$$

$$f(x) \downarrow \ za \ x \in (-5, -1) \cup (-1, 3)$$

$$min : M_1\,(3, 25)\,, \quad max : M_2(-5, 9)$$

(5) Конвексност, конкавност и превојне тачке:

$$f''(x) = \frac{32}{(x+1)^3}$$

$$f(x)\, je \cap \ za \ x \in (-\infty, -1)$$

$$f(x)\, je \cup \ za \ x \in (-1, +\infty)$$

$$p.t. \quad nema$$

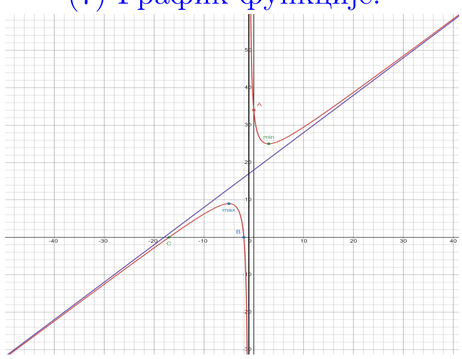
(6) Асимптоте:

$x = -1$ је вертикална асимптота.

Нема хоризонталних асимптота.

$y = x + 18$ је коса асимптота.

(7) График функције:



**2.** Навести лему о два полицајца. Користећи лему о два полицајца показати да је

$$\lim_{x\to 0} x^n \sin\frac{1}{x}.$$

**решење:**

**3.** Диференцијабилност реалне функције једног аргумента. Испитати диференцијабилност следеће функције:

$$f(x) = \begin{cases} x^2, & |x| \le 1 \\ 2x - sgnx, & |x| > 1 \end{cases} \tag{1}$$

**решење:**

**4.** Шта је алгебра случајних догађаја и како се на њој дефинише појам вероватноће?
**решење:**

**5.** Израчунати интеграл

$$\int x \cdot \arctan x \, dx$$

**решење:**

$$I = x \cdot \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2}\ln|x^2+1| + C$$

**6.** Израчунати интеграл

$$I = \iint_D xy\, dx\, dy$$

где је област $D$ унутрашњост ограничена кривом $x^2 + y^2 + 45 = 14x$ у $IV$ квадранту .



**решење:**

$$I = -\frac{112}{3}$$

**7.** Одредити локалне екстремне вредности функције

$$z(x,y) = 108\ln x - xy^2 + \frac{y^3}{3}$$

**решење:**
Тачка $M(3,6)$ је седласта тачка, није екстрем.

**8.** Одредити локалне екстремне вредности функције

$$z(x,y) = 2xy + 4, \quad uslov: x - y = 2$$

**решење:**
Тачка $M(1,-1), \lambda = 2$, је локални минимум, где је $z_{min} = 2$.

**9.** Наћи опште решење диференцне једначине $6y_{t+2} - 37y_{t+1} + 6y_t = -25$. Одредити партикуларно решење уз услов $y_0 = 0$ и $2y_1 = -1$ и кометарисати његово понашање када се параметар $t$ неограничено увећава.

**решење:**

$$y = C_1 \left(\frac{1}{6}\right)^t + C_2 \left(6\right)^t + 1$$

$$y_p^t = -\frac{27}{35}\left(\frac{1}{6}\right)^t - \frac{8}{35}\left(6\right)^t + 1$$

$$\lim_{t\to+\infty} y_p^t = +\infty$$

**10.** Решити диференцијалну једначину

$$(x^3 - 2x^2 + x - 2)\cdot y' = 2x^2y + 3x - 4y$$

**решење:**

$$\ln|y| = 2\ln|x-2| + 3\,\mathrm{arctg}\, x + C$$

**11.** Дискутовати решење система једначина

$$\begin{array}{rcrcrcl} 2x & + & y & & & = & 0 \\ -x & + & y & + & 2z & = & 1 \\ ax & + & 2ay & + & 2z & = & 1 \end{array}$$

1. За $a \neq 1$ систем има јединствено решење: $(x, y, z) = \left\{\left(0, 0, \frac{1}{2}\right)\right\}$.
2. За $a = 1$ систем има бесконачно много решења: $(x, y, z) = \left\{\left(\frac{2\alpha-1}{3}, \frac{2-4\alpha}{3}, \alpha\right) \mid \alpha \in R\right\}$.



**12.** Решити систем једначина

$$\begin{array}{rcrcrcl} 2x & + & y & + & 3z & = & 4 \\ x & + & y & + & 2z & = & 3 \\ 3x & + & 2y & + & 6z & = & 1 \end{array}$$

**решење:**

Систем има јединствено решење: $(x, y, z) = (7, 8, -6)$.

**13.** Наћи први извод функције

$$f(x) = (3x + x^2)^7$$

**решење:**

$$f'(x) = 7(3 + 2x)(3x + x^2)^6$$