

Економски факултет
Фебруар 2023.
Група 3131

www.ekof-matematika.rs
IG: ekof_matematika

27. Јануара 2023. у Београду

Предговор

У овом документу можете пронаћи решења испита из фебруара 2023. године. Свако решење задатака је софтверски проверено. Аутори ових решења су сајт www.ekof-matematika.rs и инстаграм [ekof_matematika](https://www.instagram.com/ekof_matematika). Одговоре на теоријска питања можете пронаћи на нашем сајту. У случају било каквих питања или примедби, можете нам се обратити путем инстаграма или на нашем сајту.

Напомена: ово није званични сајт математике на Економском факултету у Београду. Задаци су добијени од стране студената који су изашли на испит.

С поштовањем,
Аутори

Задаци

1. Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 4}{\ln(x - 2)}$$

решење:

(1) Домен дефинисаности:

$$Df : x \in (2, 3) \cup (3, +\infty)$$

(2) Парност/Непарност:

$$f(-x) \neq -f(x) \neq f(x) \Rightarrow \text{ни парна, ни непарна.}$$

(3) Нуле и знак:

$$f(x) < 0 \text{ за } x \in (2, 3)$$

$$f(x) > 0 \text{ за } x \in (3, +\infty)$$

(4) Монотоност и екстремне вредности:

$$f'(x) = \frac{(x - 2)(2 \ln(x - 2) - 1)}{\ln^2(x - 2)}$$

$$f(x) \uparrow \text{ за } x \in (2 + \sqrt{e}, +\infty)$$

$$f(x) \downarrow \text{ за } x \in (2, 3) \cup (3, 2 + \sqrt{e})$$

$$\min : M_1(2 + \sqrt{e}, 2e)$$

(5) Конвексност, конкавност и превојне тачке:

$$f''(x) = \frac{2 \ln^2(x - 2) - 3 \ln(x - 2) + 2}{\ln^3(x - 2)}$$

$$f(x) \text{ је } \cap \text{ за } x \in (2, 3)$$

$$f(x) \text{ је } \cup \text{ за } x \in (3, +\infty)$$

p.t. нета

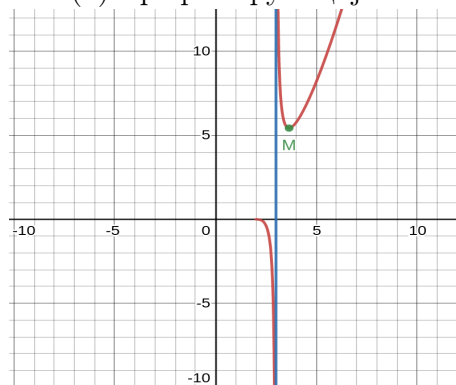
(6) Асимптоте:

$x = 3$ је вертикална асимптота.

Нема хоризонталних асимптота.

Нема косих асимптота.

(7) График функције:



2. Шта znamo o ograničenim, a šta o ograničenim i monotonom nizovima? Obrazložiti odgovor.
решење:

3. Непрекидност реалне функције једног аргумента на затвореном интервалу на основу Болцано-Кошијеве теореме и Вајерштрасове теореме.

решење:

4. Објаснити сличност и разлике између вероватноће и условне вероватноће.

решење:

5. Израчунати интеграл

$$\int x^2 \operatorname{arctg} x \, dx$$

решење:

$$I = \frac{x^3}{3} \operatorname{arctg} x - \frac{x^2}{6} + \frac{1}{6} \ln(x^2 + 1) + C$$

6. Израчунати интеграл

$$I = \iint_D dx \, dy$$

где област D представља унутрашњост чије су странице одређене правим линијама $x - y = 0, 2x - y = 0, x - y = 4, 2x - y = 4$.

решење:

$$I = 16$$

7. Одредити локалне екстремне вредности функције

$$z(x, y) = xy + \frac{48}{x} + \frac{36}{y}$$

решење:

Тачка $M(4, 3)$ је локални минимум, где је $z_{min} = 36$.

8. Одредити локалне екстремне вредности функције

$$z(x, y) = x - y, \quad uslov : x^2 - y^2 = 2$$

решење:

Нема стационарних тачака, па нема ни екстремних вредности.

9. Наћи опште решење диференчне једначине $12y_{t+2} - 17y_{t+1} + 6y_t = 1$. Одредити партикуларно решење уз услове $y_0 = 1$ и $y_1 = 0$ и коментарисати његово понашање када се параметар t неограничено увећава.

решење:

$$y_t = C_1 \left(\frac{3}{4}\right)^t + C_2 \left(\frac{2}{3}\right)^t + 1$$

$$y_p = -12 \left(\frac{3}{4}\right)^t + 12 \left(\frac{2}{3}\right)^t + 1$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \left(-12 \left(\frac{3}{4}\right)^t + 12 \left(\frac{2}{3}\right)^t + 1 \right) = 1$$

10. Наћи опште решење диференцијалне једначине

$$y'' - 9y = e^{3x} + 3x$$

решење:

$$y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{-3x} + \frac{x e^{3x}}{6} - \frac{x}{3}$$

11. Решити матричну једначину $AX = X + A$, где је

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

решење:

$$X = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

12. Решити систем једначина

$$\begin{aligned} 2x + y + 3z &= 2 \\ x + y + 2z &= 3 \\ 3x + 2y + 6z &= 2 \end{aligned}$$

решење:

Систем има јединствено решење : $(x, y, z) = (2, 7, -3)$

13. Наћи први извод функције

$$y = \arcsin(3x^4 + 1)$$

решење:

$$y' = \frac{12x^3}{\sqrt{1 - (3x^4 + 1)^2}}$$