Економски факултет
Фебруар 2022.
Група 7777

www.ekof-matematika.rs
IG: ekof_matematika

18. Фебруара 2022. у Београду

Предговор

У овом документу можете пронаћи решења испита из Фебруара 2022. године, група 7777. Свако решење задатака је софтверски проверено. Аутори ових решења су сајт www.ekof-matematika.rs и инстаграм ekof_matematika. Одговоре на теоријска питања можете пронаћи на нашем сајту. У случају било каквих питања или примедби, можете нам се обратити путем инстаграма или на нашем сајту.

Напомена: ово није званични сајт математике на Економском факултету у Београду. Задаци су добијени од стране студената који су изашли на испит.

С поштовањем,
Аутори

1. Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x)=\frac{x+1}{\ln(x+1)}$$

решење:

(1) Домен дефинисаности:

$Df: x\in(-1,0)\cup(0,+\infty)$

(2) Парност/Непарност:

$f(-x)\neq -f(x)\neq f(x)\Rightarrow$ ни парна, ни непарна.

(3) Нуле и знак:

$f(x)<0\ za\ x\in(-1,0)$

$f(x)>0\ za\ x\in(0,+\infty)$

(4) Монотоност и екстремне вредности:

$$f'(x)=\frac{\ln(x+1)-1}{\ln^2(x+1)}$$

$f(x)\uparrow\ za\ x\in(e-1,+\infty)$

$f(x)\downarrow\ za\ x\in(-1,0)\cup(0,e-1)$

$min: M(e-1,e)$

(5) Конвексност, конкавност и превојне тачке:

$$f''(x)=\frac{2-\ln(x+1)}{(x+1)\ln^3(x+1)}$$

$f(x)\ je\ \cap\ za\ x\in(-1,0)\cup(e^2-1,+\infty)$

$f(x)\ je\ \cup\ za\ x\in(0,e^2-1)$

$p.t.\ P\left(e^2-1,\frac{e^2}{2}\right)$

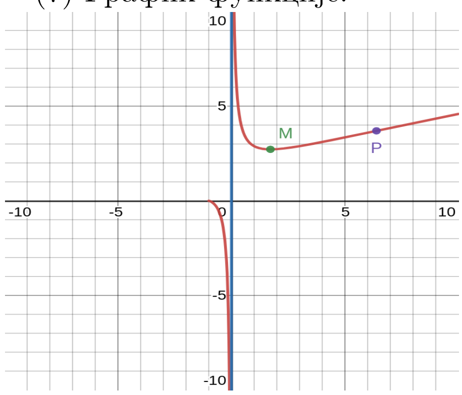
(6) Асимптоте:

$x=0$ је вертикална асимптота.

Нема хоризонталних асимптота.

Нема косих асимптота асимптота.

(7) График функције:



2. Израчунати интеграл

$$I = \int \frac{e^x + 1}{e^{2x} - e^x + 1}\,dx$$

решење:

$$I = \ln(e^x) + \sqrt{3}\,\mathrm{arctg}\left(\frac{2e^x - 1}{\sqrt{3}}\right) - \frac{1}{2}\ln(e^{2x} - e^x + 1) + C$$

3. Одредити локалне екстремне вредности функције

$$z(x, y) = 3xy - x^3 - y^3$$

решење:
Тачка $M(0, 0)$ је седласта тачка.
Тачка $N(1, 1)$ је локални максимум, где је $z_{max} = 1$

4. Наћи опште решење диференцне једначине $21y_{n+2} - 9y_{n+1} - 6y_n = 6$. Одредити партикуларно решење уз услове $y_0 = 0$ и $y_1 = 2$ и кометарисати његово понашање када се параметар n асимптотски увећава.

решење:

$$y = C_1\left(\frac{3 + \sqrt{65}}{14}\right)^n + C_2\left(\frac{3 - \sqrt{65}}{14}\right)^n + 1$$

$$y_p = \frac{17\sqrt{65} - 65}{130}\left(\frac{3 + \sqrt{65}}{14}\right)^n + \frac{-17\sqrt{65} - 65}{130}\left(\frac{3 - \sqrt{65}}{14}\right)^n + 1$$

$$\lim_{n\to+\infty} y_p = \lim_{n\to+\infty}\left(\frac{17\sqrt{65} - 65}{130}\left(\frac{3 + \sqrt{65}}{14}\right)^n + \frac{-17\sqrt{65} - 65}{130}\left(\frac{3 - \sqrt{65}}{14}\right)^n + 1\right) = 1$$

5. Решити систем једначина

$$\begin{array}{ccccccc} 2x & + & y & + & 3z & = & 13 \\ x & + & y & + & 2z & = & 9 \\ 3x & + & 2y & + & 6z & = & 25 \end{array}$$

решење:

Систем има јединствено решење : $(x, y, z) = (1, 2, 3)$