

Економски факултет
Фебруар 2022.
група 2323

www.ekof-matematika.rs
IG: ekof_matematika

18. Фебруара 2022. у Београду

Предговор

У овом документу можете пронаћи решења испита из Фебруара 2022. године, група 2323. Свако решење задатака је софтверски проверено. Аутори ових решења су сајт www.ekof-matematika.rs и инстаграм [ekof_matematika](https://www.instagram.com/ekof_matematika). Одговоре на теоријска питања можете пронаћи на нашем сајту. У случају било каквих питања или примедби, можете нам се обратити путем инстаграма или на нашем сајту.

Напомена: ово није званични сајт математике на Економском факултету у Београду. Задаци су добијени од стране студената који су изашли на испит.

С поштовањем,
Аутори

1. Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = xe^{-x^2}$$

решење:

(1) Домен дефинисаности:

$$Df : x \in (-\infty, +\infty)$$

(2) Парност/Непарност:

$$f(-x) = -f(x) \Rightarrow \text{непарна функција.}$$

(3) Нуле и знак:

$$f(0) = 0 \rightarrow A(0, 0)$$

$$f(x) = 0 \rightarrow B(0, 0)$$

$$f(x) < 0 \text{ за } x \in (-\infty, 0)$$

$$f(x) > 0 \text{ за } x \in (0, +\infty)$$

(4) Монотоност и екстремне вредности:

$$f'(x) = e^{-x^2}(1 - 2x^2)$$

$$f(x) \uparrow \text{ за } x \in \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

$$f(x) \downarrow \text{ за } x \in \left(-\infty, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty\right)$$

$$\text{max} : M_1 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{e}}\right), \text{min} : M_2 \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{e}}\right)$$

(5) Конвексност, конкавност и превојне тачке:

$$f''(x) = -2xe^{-x^2}(3 - 2x^2)$$

$$f(x) \text{ je } \cap \text{ за } x \in \left(-\infty, -\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right) \cup \left(0, \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}\right)$$

$$f(x) \text{ je } \cup \text{ за } x \in \left(-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}, 0\right) \cup \left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}, +\infty\right)$$

$$\text{p.t. } P_1 \left(-\frac{\sqrt{6}}{2}, -\frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{e^3}}\right), P_2(0, 0), P_3 \left(\frac{\sqrt{6}}{2}, \frac{\sqrt{6}}{2\sqrt{e^3}}\right)$$

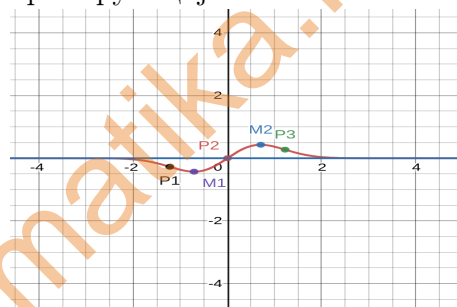
(6) Асимптоте:

Нема вертикалних асимптота.

$y = 0$ је хоризонтална асимптота.

Нема косих асимптота.

(7) График функције:



2. Израчунати интеграл

$$I = \int \arcsin(x) dx$$

решење:

$$I = x \arcsin(x) + \sqrt{1-x^2} + C$$

3. Одредити локалне екстремне вредности функције

$$z(x, y) = \frac{xy}{4}, \quad \text{uslov : } x - 2y = 4$$

решење:

Тачка $M(2, -1)$ је минимум, $z_{min} = -\frac{1}{2}$.

4. Решити диференцијалну једначину

$$y'' + 2y' + y = (1+x)e^{-x}$$

решење:

$$y = C_1 e^{-x} + C_2 x e^{-x} + \left(\frac{1}{6} x^3 + \frac{1}{2} x^2 \right) e^{-x}$$

5. Решити систем једначина

$$\begin{aligned} 3x - 2y + 3z &= 2 \\ ax + (a-7)y + z &= 8 \\ 2x + y - z &= 3 \end{aligned}$$

решење:

1. За $a \neq 7$ систем је сагласан и има јединствено решење: $(x, y, z) = \left(\frac{11}{8}, -\frac{11}{8}, -\frac{13}{8} \right)$

2. За $a = 7$ систем има бесконачно много решења: $(x, y, z) = \left\{ \left(\frac{8-\alpha}{7}, \frac{5+9\alpha}{7}, \alpha \right) \mid \alpha \in R \right\}$

Теоријска питања:

1. Инверзна матрица,
2. Ролова теорема,
3. Функција акумулације и стопа раста акумулације.