

Економски факултет
Фебруар 2022.
група 1717

www.ekof-matematika.rs
IG: ekof_matematika

18. Фебруара 2022. у Београду

Предговор

У овом документу можете пронаћи решења испита из Фебруара 2022. године, група 1717. Свако решење задатака је софтверски проверено. Аутори ових решења су сајт www.ekof-matematika.rs и инстаграм [ekof_matematika](https://www.instagram.com/ekof_matematika). Одговоре на теоријска питања можете пронаћи на нашем сајту. У случају било каквих питања или примедби, можете нам се обратити путем инстаграма или на нашем сајту.

Напомена: ово није званични сајт математике на Економском факултету у Београду. Задаци су добијени од стране студената који су изашли на испит.

С поштовањем,
Аутори

1. Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = \frac{e^x}{x^2 - 3}$$

решење:

(1) Домен дефинисаности:

$$Df : x \in (-\infty, -\sqrt{3}) \cup (-\sqrt{3}, \sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$$

(2) Парност/Непарност:

$$f(-x) \neq -f(x) \neq f(x) \Rightarrow \text{ни парна, ни непарна.}$$

(3) Нуле и знак:

$$f(0) = -\frac{1}{3} \rightarrow A \left(0, -\frac{1}{3}\right)$$

$$f(x) < 0 \text{ за } x \in (-\sqrt{3}, \sqrt{3})$$

$$f(x) > 0 \text{ за } x \in (-\infty, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$$

(4) Монотоност и екстремне вредности:

$$f'(x) = \frac{e^x(x^2 - 2x - 3)}{(x^2 - 3)^2}$$

$$f(x) \uparrow \text{ за } x \in (-\infty, -\sqrt{3}) \cup (-\sqrt{3}, -1) \cup (3, +\infty)$$

$$f(x) \downarrow \text{ за } x \in (-1, \sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, 3)$$

$$\max : M_1 \left(-1, -\frac{1}{2e}\right), \min : M_2 \left(3, \frac{e^3}{6}\right)$$

(5) Конвексност, конкавност и превојне тачке:

$$f''(x) = \frac{e^x(x^4 - 4x^3 + 12x + 15)}{(x^2 - 3)^3}$$

$$f(x) \text{ је } \cap \text{ за } x \in (-\sqrt{3}, \sqrt{3})$$

$$f(x) \text{ је } \cup \text{ за } x \in (-\infty, -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}, +\infty)$$

p.t. пета

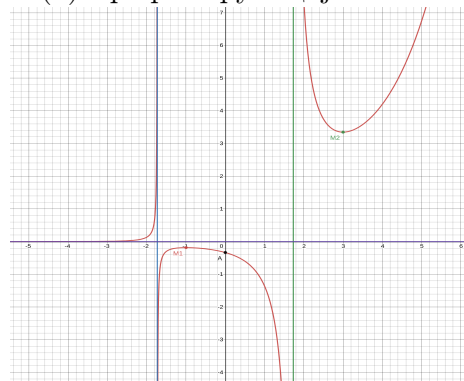
(6) Асимптоте:

$$x = \pm\sqrt{3} \text{ су вертикалне асимптоте.}$$

$$y = 0 \text{ је лева хоризонтална асимптота.}$$

Нема косих асимптота асимптота.

(7) График функције:



2. Израчунати интеграл

$$I = \int \frac{8x^2 - 12x + 2}{x^3 - 2x^2 + x - 2} dx$$

решење:

$$I = 2 \ln |x - 2| + 3 \ln(x^2 + 1) + C$$

3. Одредити локалне екстремне вредности функције

$$z(x, y) = 12xy - x^3 - y^3$$

решење:

Тачка $M(0, 0)$ је седласта тачка.

Тачка $N(4, 4)$ је локални максимум, где је $z_{max} = 64$

4. Наћи опште решење диференцне једначине $21y_{n+2} + 9y_{n+1} - 6y_n = 24$. Одредити партикуларно решење уз услове $y_0 = 0$ и $y_1 = 2$ и коментарисати његово понашање када се параметар n асимптотски увећава.

решење:

$$y = C_1 \left(\frac{-3 + \sqrt{65}}{14} \right)^n + C_2 \left(\frac{-3 - \sqrt{65}}{14} \right)^n + 1$$

$$y_p = \frac{11\sqrt{65} - 65}{130} \left(\frac{-3 + \sqrt{65}}{14} \right)^n + \frac{-11\sqrt{65} - 65}{130} \left(\frac{-3 - \sqrt{65}}{14} \right)^n + 1$$

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} y_p = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{11\sqrt{65} - 65}{130} \left(\frac{-3 + \sqrt{65}}{14} \right)^n + \frac{-11\sqrt{65} - 65}{130} \left(\frac{-3 - \sqrt{65}}{14} \right)^n + 1 \right) = 1$$

5. Решити матричну једначину $AX = B$, где је $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 6 & 3 & 3 \end{bmatrix}$ и $B = \begin{bmatrix} 13 \\ 9 \\ 25 \end{bmatrix}$.

решење:

$$X = \begin{bmatrix} 11/3 \\ 1/3 \\ 2/3 \end{bmatrix}.$$

Теоријска питања:

1. Крамерово правило,
2. Интеграција неких тригонометријских функција,
3. Парцијални изводи реалне функције са два аргумента.