Економски факултет
Фебруар 2021.

www.ekof-matematika.rs
IG: ekof_matematika

5. Фебруара 2021. у Београду

Предговор

У овом документу можете пронаћи решења испита из фебруара 2021. године. Свако решење задатака је софтверски проверено. Аутори ових решења су сајт www.ekof-matematika.rs и инстаграм ekof_matematika. Одговоре на теоријска питања можете пронаћи на нашем сајту. У случају било каквих питања или примедби, можете нам се обратити путем инстаграма или на нашем сајту.

Напомена: ово није званични сајт математике на Економском факултету у Београду. Задаци су добијени од стране студената који су изашли на испит.

С поштовањем,
Аутори

Задаци

1. Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = \frac{x-1}{\ln^2(x-1)}$$

решење:

(1) Домен дефинисаности:

$$Df : x \in (1,2) \cup (2,+\infty)$$

(2) Парност/Непарност:

$f(-x) \neq -f(x) \neq f(x) \Rightarrow$ ни парна, ни непарна.

(3) Нуле и знак:

$$f(x) < 0 \ za \ x \in \emptyset$$

$$f(x) > 0 \ za \ x \in (1,2) \cup (2,+\infty)$$

(4) Монотоност и екстремне вредности:

$$f'(x) = \frac{\ln(x-1)-2}{\ln^3(x-1)}$$

$$f(x) \uparrow \ za \ x \in (e^2+1,+\infty)$$

$$f(x) \downarrow \ za \ x \in (1,e^2+1)$$

$$min : M_1 \left(e^2+1, \frac{e^2}{4}\right)$$

(5) Конвексност, конкавност и превојне тачке:

$$f''(x) = \frac{-2\ln(x-1)+6}{(x-1)\ln^4(x-1)}$$

$$f(x) \ je \cap \ za \ x \in (e^3+1,+\infty)$$

$$f(x) \ je \cup \ za \ x \in (1,e^3+1)$$

$$p.t. \ \left(e^3+1, \frac{e^3}{9}\right)$$

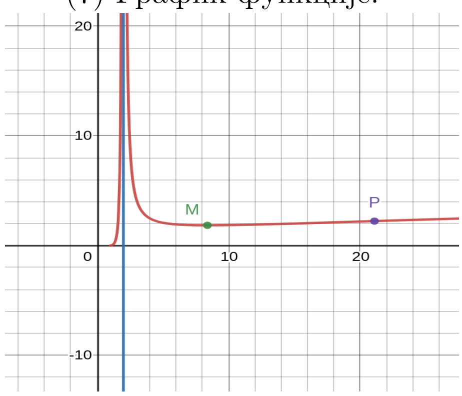
(6) Асимптоте:

$x = 2$ је вертикална асимптота.

Нема хоризонталних асимптота.

Нема косих асимптота.

(7) График функције:



2. Израчунати интеграл

$$I = \int \operatorname{arctg} \sqrt{x}\, dx$$

решење:

$$I = (x+1) \operatorname{arctg} \sqrt{x} - \sqrt{x} + C$$

3. Одредити локалне екстремне вредности функције

$$z(x,y) = 2xy + 4x + 2, \quad uslov : x - y = 4$$

решење:
Тачка $M(1,-3), \lambda = 2$ је локални минимум, где је $z_{min} = 0$.

4. Решити диференцијалну једначину

$$y'' - 4y' + 3y = (1-x)e^{2x} + x$$

решење:

$$y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{x} + (x-1)e^{2x} + \frac{1}{3}x + \frac{4}{9}$$

5. Решити систем једначина

$$\begin{array}{rcrcrcr} 2x & + & 7y & + & 4z & = & 6 \\ x & + & 7y & + & 2z & = & 4 \\ 4x & + & 21y & + & az & = & 14 \end{array}$$

решење:
1. За $a \neq 8$ систем је сагласан и има јединствено решење: $(x,y,z) = \left(2, \frac{2}{7}, 0\right)$
2. За $a = 8$ систем има бесконачно много решења: $(x,y,z) = \left\{\left(2-2\alpha, \frac{2}{7}, \alpha\right) \mid \alpha \in R\right\}$

Теоријска питања:

1. Диференцна једначина првог реда,
2. Тејлорова и Маклоренова формула за функцију једне промењиве,
3. Појам вероватноће.