Економски факултет
Фебруар 2020.
група 1313

www.ekof-matematika.rs
IG: ekof_matematika

28. Јануара, 2020. у Београду

Предговор

У овом документу можете пронаћи решења испита из фебруара 2020. године, група 1313. Свако решење задатака је софтверски проверено. Аутори ових решења су сајт www.ekof-matematika.rs и инстаграм ekof_matematika. Одговоре на теоријска питања можете пронаћи на нашем сајту. У случају било каквих питања или примедби, можете нам се обратити путем инстаграма или на нашем сајту.

Напомена: ово није званични сајт математике на Економском факултету у Београду. Задаци су добијени од стране студената који су изашли на испит.

С поштовањем,
Аутори

Задаци

1. Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = \frac{x^2+6x+9}{x+2}$$

решење:

(1) Домен дефинисаности:

$$Df : x \in (-\infty, -2) \cup (-2, +\infty)$$

(2) Парност/Непарност:

$f(-x) \neq -f(x) \neq f(x) \Rightarrow$ ни парна, ни непарна.

(3) Нуле и знак:

$$f(0) = \frac{9}{2} \rightarrow A\left(0, \frac{9}{2}\right)$$

$f(x) = 0 \rightarrow B(-3, 0)$

$f(x) < 0 \; za \; x \in (-\infty, -2)$

$f(x) > 0 \; za \; x \in (-2, +\infty)$

(4) Монотоност и екстремне вредности:

$$f'(x) = \frac{x^2+4x+3}{(x+2)^2}$$

$f(x) \uparrow \; za \; x \in (-\infty, -3) \cup (-1, +\infty)$

$f(x) \downarrow \; za \; x \in (-3, -2) \cup (-2, -1)$

$min : M_1(-1, 4), \;\; max : M_2(-3, 0)$

(5) Конвексност, конкавност и превојне тачке:

$$f''(x) = \frac{2}{(x+2)^3}$$

$f(x) \; je \cap \; za \; x \in (-\infty, -2)$

$f(x) \; je \cup \; za \; x \in (-2, +\infty)$

$p.t. \;\; nema$

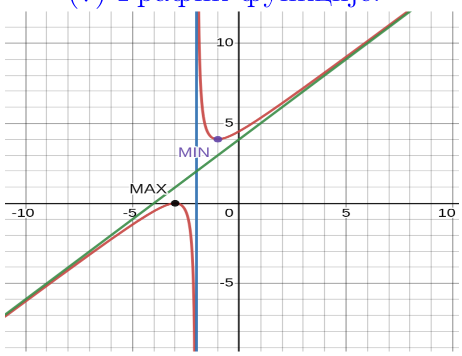
(6) Асимптоте:

$x = -2$ је вертикална асимптота.

Нема хоризонталних асимптота.

$y = x + 4$ је коса асимптота.

(7) График функције:



2. Израчунати интеграл

$$I = \int \frac{x^2 - 2x + 2}{e^x}\, dx$$

решење:

$$I = -\left(x^2 + 2\right) e^{-x} + C$$

3. Одредити локалне екстремне вредности функције

$$z(x,y) = (x-y)^4 + 1, \quad uslov : x^2 + y^2 = 2$$

решење:

Тачка $M(1,1), \lambda = 0 \rightarrow$ неодређено.
Тачка $N(-1,-1), \lambda = 0 \rightarrow$ неодређено.
Тачка $P(1,-1)$ је локални максимум, где је $z_{max} = 17$.
Тачка $Q(-1,1)$ је локални максимум, где је $z_{max} = 17$.

4. Наћи опште решење диференцне једначине $9y_{t+2} + 9y_{t+1} + 2y_t = 2$. Одредити партикуларно решење уз услове $y_0 = 0$ и $2\,y_1 = -1$ и кометарисати његово понашање када се параметар t неограничено увећава.

решење:

$$y_t = C_1 \left(-\frac{1}{3}\right)^t + C_2 \left(-\frac{2}{3}\right)^t + \frac{1}{10}$$

$$y_p = 0 + \frac{2}{9} \left(-\frac{2}{3}\right)^t + \frac{1}{10}$$

$$\lim_{t\to+\infty} y_p = \lim_{t\to+\infty} \left(0 + \frac{2}{9} \left(-\frac{2}{3}\right)^t + \frac{1}{10}\right) = \frac{1}{10}$$

5. Решити систем једначина

$$\begin{array}{ccccccc} 9x & + & 9y & + & 6z & = & 7 \\ x & + & y & + & z & = & 1 \\ 18x & + & 9y & + & 6z & = & 8 \end{array}$$

решење:

Систем има јединствено решење : $(x,y,z) = \left(\frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{2}{3}\right)$