# Економски факултет
# Април 2021.

www.ekof-matematika.rs
IG: ekof_matematika

24. Априла 2021. у Београду

## Предговор

У овом документу можете пронаћи решења испита из априла 2021. године. Свако решење задатака је софтверски проверено. Аутори ових решења су сајт www.ekof-matematika.rs и инстаграм ekof_matematika. Одговоре на теоријска питања можете пронаћи на нашем сајту. У случају било каквих питања или примедби, можете нам се обратити путем инстаграма или на нашем сајту.

**Напомена:** ово није званични сајт математике на Економском факултету у Београду. Задаци су добијени од стране студената који су изашли на испит.

С поштовањем,
Аутори

# Задаци

**1.** Испитати ток и скицирати график функције

$$f(x) = \frac{1 - \ln(x-4)}{x-4}$$

---

**решење:**

(1) Домен дефинисаности:

$Df : x \in (4, +\infty)$

(2) Парност/Непарност:

$f(-x) \neq -f(x) \neq f(x) \Rightarrow$ ни парна, ни непарна.

(3) Нуле и знак:

$f(x) < 0 \; za \; x \in (e+4, +\infty)$

$f(x) > 0 \; za \; x \in (4, e+4)$

(4) Монотоност и екстремне вредности:

$$f'(x) = \frac{\ln(x-4) - 2}{(x-4)^2}$$

$f(x) \uparrow \; za \; x \in (e^2+4, +\infty)$

$f(x) \downarrow \; za \; x \in (4, e^2+4)$

$min : M_1 \left(e^2+4, -\frac{1}{e^2}\right)$

(5) Конвексност, конкавност и превојне тачке:

$$f''(x) = \frac{5 - 2\ln(x-4)}{(x-4)^3}$$

$f(x) \; je \cap \; za \; x \in (\sqrt{e^5}+4, +\infty)$

$f(x) \; je \cup \; za \; x \in (4, \sqrt{e^5}+4)$

$p.t. \; \left(\sqrt{e^5}+4, -\frac{3}{2\sqrt{e^5}}\right)$

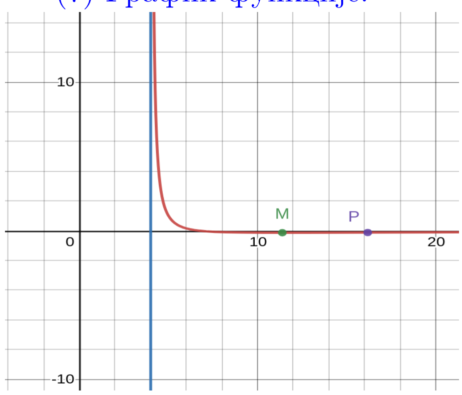
(6) Асимптоте:

$x = 4$ је вертикална асимптота.

$y = 0$ је хоризонтална асимптота.

Нема косих асимптота.

(7) График функције:



**2.** Израчунати интеграл

$$I = \int \frac{\arccos(x)}{x^2}\,dx$$

**решење:**

$$I = \ln\left(\frac{1}{|x|} + \frac{\sqrt{1-x^2}}{|x|}\right) - \frac{1}{x}\arccos(x) + C$$

**3.** Наћи опште решење диференцне једначине $28y_{t+2} + 13y_{t+1} - 6y_t = 2$. Одредити партикуларно решење уз услове $y_0 = 1$ и $y_1 = -\frac{1}{2}$ и кометарисати његово понашање када се параметар $t$ неограничено увећава.

**решење:**

$$y = C_1\left(\frac{2}{7}\right)^t + C_2\left(-\frac{3}{4}\right)^t + \frac{2}{35}$$

$$y_p = \frac{21}{145}\left(\frac{2}{7}\right)^t + \frac{162}{203}\left(-\frac{3}{4}\right)^t + \frac{2}{35}$$

$$\lim_{t\to+\infty} y_p = \left(\frac{21}{145}\left(\frac{2}{7}\right)^t + \frac{162}{203}\left(-\frac{3}{4}\right)^t + \frac{2}{35}\right) = \frac{2}{35}$$

**4.** Одредити локалне екстремне вредности функције

$$z(x,y) = x^2 + y^2 - xy - x$$

**решење:**

Тачка $M\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$ је локални минимум, где је $z_{min} = -\frac{1}{3}$.

**5.** Решити систем једначина

$$\begin{array}{ccccccc} 4x & + & 4y & + & 14z & = & 9 \\ x & + & 2y & + & 7z & = & 4 \\ 2x & + & 4y & + & 7z & = & 6 \end{array}$$

**решење:**

Систем има јединствено решење : $(x,y,z) = \left(\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{2}{7}\right)$

## Теоријска питања:

1. Релација поретка,
2. Ролова теорема,
3. Хомогена диференцијална једначина првог реда.